اتخاذ القرارات ذات الدوال الكسرية باستخدام طريقة برمجة الأهداف

م.م وائق حياوي لايذ

هندسة صناعية / جامعة ذي قار / كلية الإدارة والاقتصاد /قسم الإحصاء

الخلاصة :-

أن عملية صنع القرار من المواضيع المهمة والحيوية في مجال بحوث العمليات والهندسة وعلم الاقتـصاد والإنتـاج وعلم الإدارة وأن عملية صنع القرار هي جوهر العملية الإدارية في أي منشأة أو منظمة صناعية أو خدمية وذلك لأنها تـساهم بشكل أساسي في تمكين الإدارة من مزاولة أنشطتها الإدارية بكفاءة وفعالية وبالشكل الذي يحقق الاسـتغلال الأمثـل لمـوارد المنشأة المتاحة . تناول البحث عملية اتخاذ القرارات عندما تكون دالة الهدف عبارة عن دالة كسرية ، وتم حل نماذج البرمجـة الكسرية باستخدام بعض طرائق البرمجة الكسرية وكذلك بطريقة برمجة الأهداف و بإعانة البرنامج الجـاهز (win QSB) ، وتبين من خلال النتائج فعالية استخدام طريقة برمجة الأهداف لحل مشاكل اتخاذ القرارات ذات الدوال الكسرية .

الكلمات الافتتاحية :بحوث العمليات ، اتخاذ القرارات ، البرمجة الكسرية ، طريقة برمجة الأهداف .

Decisions making for fraction functions By Using Goal Programming Method

Abstract:-

Decision making is vital and important activity in field operations research ,engineering ,administration science and economic science with any industrial or service company or organization because the core of management process as well as improve him performance .

The research includes decision making process when the objective function is fraction function and solve models fraction programming by using some fraction programming methods and using goal programming method aid programming (win QSB)and the results explain the effect use the goal programming method in decision making process when the objective function is fraction .

Key word: operations research, Decision making, fraction programming, goal programming.

اتخاذ القرارات ذات الدوال الكسرية باستخدام طريقة برمجة الأهداف

1-المقدمة :-

إن جوهر الممارسة الإدارية هو اتخاذ القرارات لأجل حل المشاكل اليومية المختلفة التي تواجهها إدارة المؤسسة، لذلك فإن هذه القرارات لا تؤخذ بصفة عشوائية بل يجب استخدام بعض التقنيات سواء كانت وصفية أو كمية تساهم بقدر فعال في اتخاذ قرار سليم.فالقرار الإداري ما هو إلا سلوك واعي منطقي يستند إلى المفاضلة بين عدة بدائل لحل مشكلة معينة هذا البديل يكون بمثابة الاختيار الأفضل والفعال من تلك البدائل المتاحة لمتخذ القرار ويعرف اتخاذ القرار على أنه:" المفاضلة بين أكثر من بديل متاح لحل مشكلة ما واختيار البديل الأفضل لتحقيق هدف أو مجموعة من الأهداف المرجوة" كما يعرف أيضا على أنه: "الاختيار الحذر والدقيق لأحد البدائل من بين اثنين أو أكثر من البدائل المتاحة" [1] .

ومن خلال التعريفين نجد إن عملية اتخاذ القرار في الإدارة تقوم أساسا على وجود بديلين أو أكثر وأن عملية المفاضلة بينها تتطلب وجود مجموعة من المعايير الموضوعية التي يعتمد عليه متخذ القرار، كما تتطلب هذه العملية الإدارية وجود نظام فعال للمعلومات يستند إليها متخذ القرار.

أدى كبر حجم المنشآت وتزايد أقسامها وأتساع دائرة أعمالها إلى ظهور صعوبة كبيرة في التنسيق بين الوحدات المختلفة فقد ظهر تضارب في أهداف الوحدات المقصودة في المنشأة الواحدة بل ظهر التضارب في الأهداف الفرعية للوحدة الواحدة مما نتج عنه تضارب في القرارات التي يتخذها المدير وتعارض في النتائج ومن ثم ضياع فرص كثيرة وضياع أموال المستثمرين [2],[3],[4].

دعا ذلك كله إلى الاهتمام بتطوير النظريات وطرائق الحساب والتطبيقات العملية الخاصة بصنع القرار عند وجود معايير متعددة إذ لم يعد صنع القرارات في العصر الحديث ضرباً من ضروب الحدس والتخمين يعتمد على التجربة والخطأ وإنما أصبح يرتكز على أساس علمي دعامته الطريقة العلمية في البحث وأساسه استخدام الأسلوب الكمي للتوصل إلى صنع قرارات أكثر دقة وأصالة علمية إذ أدرك العلماء والممارسون أن غالبية مشاكل صنع القرار في الحياة الحقيقية يتطلب الأخذ بنظر الاعتبار وجود المعايير المتعددة والتي تكون في أغلب الأحيان متضاربة فيما بينها.[7],[6],[5]

إن من أهم المشاكل التي تواجهها إدارة إي منشأة أو معمل هي كيفية اتخاذ القرار المناسب لتقليل التكاليف . وهذه المشكلة تنتج بسبب عدم وجود جدولة مناسبة للإنتاج مع الخزين بوجود طلبات معلومة ولكن تتغير من فترة إلى أخرى ومن منتج إلى أخر.[9] .[8]

فسابقا كانت الفكرة السائدة لدى بعض الإدارات هي التوصل إلى القرار عن طريق التجربة والخطأ ولكن هذه الطريقة ممكن أن تكلف الشركة الشئ الكثير أما الآن فبعد تطور العلم ، بدأت الإدارات باتخاذ القرار ومعالجة ما ينجم عنه من مشاكل بتطبيق نتائج البحوث العلمية والصيغ الرياضية التي تم التوصل إليها . [12],[11],[10]

ويعد أسلوب البرمجة الكسرية من الأساليب المهمة لحل مشاكل الأمثلية فهو يشكل أداة مهمة تسهم في تخطيط الإنتاج واتخاذ القرار الأمثل كأن يكون هذا القرار متمثلا في تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف أو زيادة الطاقة

الإنتاجية ، وذلك لأن القرار النهائي يتخذ على أثر قرارات سابقة للمشكلة .[13],[14],[15]

2- هدف البحث :-

أيجاد الحل الأمثل لمشاكل اتخاذ القرارات ذات الدوال الكسرية باستخدام طريقة برمجة الأهداف .

3- الصيغة الرياضية العامة لنموذج البرمجة الكسرية [13],[14],[16]

يمكن التعبير عن مسألة البرمجة الكسرية بالنموذج الرياضي الأتي:-

$$\text{Max } Z=\frac{CX+\alpha}{DX+\beta}$$

S. t. $AX \le B$

X Dicision variables

حيث أن:

X: تمثل متغيرات النموذج الرياضي .

α : تمثل الحد المطلق في دالة البسط

β : تمثل الحد المطلق في دالة المقام

A: مصفوفة المعاملات للقيود

B : مصفوفة ثوابت الطرف الأيمن للقيود

ولحل مسائل البرمجة الكسرية يجب توفر الشرطيين الآتيين [17] :-

1) $DX+\beta \neq 0$ يمثل هذا الشرط قيمة معرفة للدالة $Z(X)$.

2) $DX+\beta=\emptyset(cX+\alpha)$ ، حيث أن $\emptyset$ كمية ثابتة .

4- الطريقة التكميلية المطورة لحل مسائل البرمجة الكسرية [13],[14],[16]:-

وهي أحدى الطرق المستخدمة لحل مسائل البرمجة الكسرية حيث يتم الحصول على الحل الأمثل للمسألة باستخدام عدة خطوات للحل مستعينة بجداول السمبلكس المبسط وهذه الخطوات كالأتي :-

1- نجزئ دالة الهدف الكسرية إلى دالتين خطية تمثل الأولى دالة البسط والثانية دالة المقام، ولكي تكون قيمة دالة الهدف أعظم مايمكن يجب أن تكون دالة البسط أكبر ما يمكن (Max_1) بينما تكون دالة المقام أقل مايمكن (Min_2).

2- يتم استخراج دالة (MaxZ*) من حاصل جمع دالة المقام بعد تحويلها إلى (Max_2) مع دالة البسط (Max_1)،ثم توضع هذه الدالة في نموذج رياضي مكون من قيود المسألة الأصلية .

3- يحل النموذج الجديد باستخدام اسلوب المصفوفات المطور أو طريقة السمبلكس أو السمبلكس المقابل حسب الحالة الملائمة ونستمر بالحل لحين الوصول إلى الحل الأمثل .

5- طريقة برمجة الأهداف:-

إن معظم حالات اتخاذ القرار لا تأتي من وجهة نظر واحدة أو هدف واحد ، إنما هنالك في الحقيقة كثير من

القرارات التي يجب إن تؤخذ بنظر الاعتبار في مواجهة المصالح المختلفة في جو المنافسة ، فمثلاً مدراء الشركات يجب إن يخصصوا موازنة سنوية لعدة أقسام تشغيلية أو خريج الكلية الذي يسعى لوظيفة معينة يجب إن يزن وبإمعان الراتب ، الموقع ، بيئة العمل والمزايا العينية لعدة فرص عمل . إن المشكلة بالنسبة لمتخذ القرار هي موازنة الأهداف المتنافسة بالطريقة التي ترضيه إلى حدٍ ما ، أو بعبارة أخرى الوصول إلى التوازن . والمدراء هم دائماً في رغبة للموازنة التامة التي ترضي كل الأطراف ، ولكن وبشكل طبيعي إن هذه الموازنة نادراً ما تكون موجودة ، فنحن نعتمد على الإنتقاءات ، الاختيارات وحتى الحظ كطرق للوصول إلى نتائج ترضي وبشكل أفضل كل القرارات[18] .

عالجت أساليب البرمجة الخطية المشاكل التي تتميز بوجود هدف واحد فقط ، ولكن معظم حالات القرار لا تتميز بوجود هدف واحد بل في كثير من الأحيان يكون في ذهن متخذ القرار عدة أهداف رئيسية وثانوية قد يكمل بعضها البعض أو ربما تتضارب فيما بينها ، لذا فإن أوجه القصور التي تواجه استخدام تفضيل الهدف المفرد هي هيمنة الأهداف المتعددة على مسائل التفضيل في الحياة الواقعية .

تُحدِث الأهداف المتعددة أحياناً تضارب فيما بينها مما يتطلب جهداً مكثفاً للتخطيط ، ويحدث ذلك عندما تكون هنالك ندرة في الموارد ولا توجد امكانية لإنجاز الأهداف في إن واحد لذلك تتضح مدى أهمية البحث في مجال تحليل الأهداف المتناقضة [19] .

ولغرض تحليل المشاكل التي تتسم بتعدد وتضارب الأهداف جرى تطوير طريقة لتحليل هذا النوع من المشاكل تسمى برمجة الأهداف (Goal Programming) إذ تساعد هذه الطريقة في البحث للحصول على أفضل قرار يمكن اتخاذه .

تمثل برمجة الأهداف إحدى التقنيات التي تبشر بنجاح تحليل قرار متعلق بأهداف متعددة وهي أداة فعالة وتعد أسلوباً متطوراً ذا مستوى اختبار عالٍ ، إذ تقدم حلاً معاصراً لنظام معقد ذي أهداف متناقضة وتحل مشاكل اتخاذ القرار ذات الهدف الواحد والأهداف المتعددة [20].

إن التطور الكبير في أسلوب برمجة الأهداف فسح المجال لاستخدامها في حل أي مشكلة متعددة الأهداف سواء كانت هذه المشكلة خطية ، لا خطية ، صحيحة وسواء استخدمت لهذه المشاكل الأولويات المفضلة أم الأوزان لتحديد أهمية كل هدف .

-النموذج الرياضي لبرمجة الأهداف الخطية :(The Mathematical Model of Linear Goal Programming) [21]

إن الفكرة الأساسية في برمجة الأهداف هي تحديد أولوية لكل هدف ، ثم تحديد وزن محدد لكل هدف ضمن مستوى الأولوية الواحد ، ثم البحث عن حل يصغّر المجموع (المرجح) لانحرافات دوال الهدف عن أهدافها الخاصة ، أي إن متغيرات الزيادة أو التخفيض للقيود توضع بدل وظيفة الهدف وهي ما يراد تخفيضها .

ويمكن التعبير عن نموذج برمجة الأهداف الخطية بالشكل الرياضي الآتي :

$$\min \bar{a} = \{ p_1 (d_i^- , d_i^+), p_2 (d_i^- , d_i^+), .. , p_k (d_i^- , d_i^+) \}$$

subject to :

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad , \; i=1,2,.....m$$

$$x_j , d_i^- , d_i^+ \geq 0$$

حيث إن :

$\overline{a}$: متجه دالة الإنجاز .

P_k : الأولوية k .

x_j : متغير القرار .

c_{ij} : معامل المتغير j في الهدف i .

d_i^- : متغير الانحراف السالب .

d_i^+ : متغير الانحراف الموجب .

b_i : قيمة الهدف i .

ويمكن التعبير عـن نموذج آخر (مع أولويـات موزونة) كما فـي الصيغة الآتية [22]:

$$\min \overline{a} = \sum_{i=1}^{m} (p_k\, w_{i,k}^+ , d_i^+ + p_s\, w_{i,s}^- , d_i^-)$$

إذ أن :

$w_{i,k}^+$: يمثل عامل الوزن للأولوية k الخاصة بمتغير الانحراف الموجب .

$w_{i,s}^-$: يمثل عامل الوزن للأولوية s الخاصة بمتغير الانحراف السالب .

$$s.t \; \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\, x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i , \; x_j , d_i^- , d_i^+ \geq 0$$

وطالما إن المتغيرات الانحرافية d_i^+ ، d_i^- لا يمكن جمعها معاً فسوف يساوي أحدهما أو كلاهما صفراً أي إن :

$$d_i^+ * d_i^- = 0$$

كما ينطبق شرط عدم السالبية على جميع المتغيرات ، أي إن :

$$d_i^- , d_i^+ \geq 0$$

هنالك ثلاث حالات يمكن إن نقوم بهـا لتقليص المتغيرات الانحرافية فـي دالة الإنجـاز وكالآتي [23] :

المتغيرات الانحرافية المراد تخفيضها	الصيغة العامة للقيد	نوع القيد
d_i^+	$f_i(\overline{x}) + d_i^- - d$	$f_i(\overline{x}) \leq b_i$
d_i^-	$f_i(\overline{x}) + d_i^- - d_i^+$	$f_i(\overline{x}) \geq b_i$
$d_i^- + d_i^+$	$f_i(\overline{x}) + d_i^- - d$	$f_i(\overline{x}) = b_i$

6- استخدام برمجة الأهداف لحل مسائل البرمجة الكسرية :-

أن دالة الهدف في مسائل البرمجة الكسرية يمكن تحويلها الى دالتين أحدهما دالة البسط (الهدف الأول) والأخرى دالة المقام (الهدف الثاني) وبما أن طريقة برمجة الأهداف تستطيع حل المشاكل ذات الأهداف المتعددة والمتناقضة ، لذلك يمكن استخدامها في حل مشاكل البرمجة الكسرية حيث أعطت نتائج متطابقة مع الطريقة التكميلية المطورة عند حل الجانب التطبيقي وباستخدام برنامج (Win QSB) .

7- الجانب التطبيقي :-

مصنع البركة لصناعة الكراسي ينتج ثلاثة أنواع من الكراسي (رئاسي ، اعتيادي ، دراسي) وكل كرسي يمر بأربعة مراحل هي مرحلة صب وسباكة هياكل الكراسي

ويتطلب (20 , 20 , 10) دقيقة على التوالي والمرحلة الثانية هي مرحلة لحام وتشطيب هياكل الكراسي ويتطلب (30, 20 ,15) دقيقة على التوالي والمرحلة الثالثة هي مرحلة تصنيع المساند الجادية والخشبية ويتطلب (40, 20 , 10) دقيقة على التوالي والمرحلة الرابعة والأخيرة هي مرحلة التجميع والتغليف وتتطلب (30 , 14 , 10) دقيقة على التوالي ، والزمن المتاح أسبوعيا للمراحل هو (1500, 1800 ,2400, 1500) دقيقة على التوالي، فأذا كان سعر البيع للكرسي الواحد هو (100, 60 , 40) إلف دينار عراقي على التوالي وأن الكلفة الكلية للكرسي الواحد هو (80, 48 , 32) إلف دينار عراقي على التوالي ، والمطلوب أيجاد المزيج السلعي الأمثل الذي يؤدي إلى تعظيم دالة الربح الأجمالي للمصنع .

الحل :-

نفرض أن :-

X_1 = عدد الوحدات المنتجة من الكرسي الرئاسي .

X_2 = عدد الوحدات المنتجة من الكرسي الاعتيادي .

X_3 = عدد الوحدات المنتجة من الكرسي الدراسي .

دالة الربح الأجمالي للمصنع (T) = $\frac{T_r}{T_c}$

حيث أن :-

T_r = دالة الإيرادات الكلية .

T_c = دالة التكاليف الكلية .

فيكون النموذج كالأتي :-

$$Max\ T = \frac{100\,X_1 + 60\,X_2 + 40\,X_3}{80\,X_1 + 48\,X_2 + 32\,X_3}$$

S.to

$$20\,X_1 + 20\,X_2 + 10\,X_3 \le 1500$$

$$30\,X_1 + 20\,X_2 + 15\,X_3 \le 1800$$

$$40\,X_1 + 20\,X_2 + 10\,X_3 \le 2400$$

$$30\,X_1 + 14\,X_2 + 10\,X_3 \le 1500$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

$$X_1, X_2, X_3\ integer\ variable$$

1- الحل بطريقة التكميلية المطورة :-

لكي تكون دالة الربح الكلية أكبر ما يمكن يجب إن تكون دالة الإيرادات الكلية (البسط) أكبر ما يمكن ودالة الكلفة الكلية (المقام) أقل ما يمكن أي أن :-

$$Max T_r = 100\,X_1 + 60\,X_2 + 40\,X_3$$

$$Min T_c = 80\,X_1 + 48\,X_2 + 32\,X_3$$

ويمكن كتابة دالة الكلفة الكلية (المقام) بالصورة الآتية :-

$$Max T_c = -80\,X_1 - 48\,X_2 - 35\,X_3$$

فتصبح دالة الربح الكلية (دالة الهدف الجديدة) بالصورة الآتية :-

$$Max\ T = Max T_r + Max T_c$$

$$Max T = 20\,X_1 + 12\,X_2 + 8\,X_3$$

تم كتابة وحل الجانب التطبيقي باستخدام برنامج (Win QSB) في الشكل رقم (1) و (2).

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Max:G1	20	12	8		
C1	20	20	10	<=	1500
C2	30	20	15	<=	1800
C3	40	20	10	<=	2400
C4	30	14	10	<=	1500
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer		

الشكل رقم (1) يبين كتابة الجانب التطبيقي في البرنامج باستخدام الطريقة التكميلية المطورة

	23:43:42		Saturday	March	24
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution
1	G1	X1	27.00	20.00	540.00
2	G1	X2	45.00	12.00	540.00
3	G1	X3	6.00	8.00	48.00
	G1	Goal	Value	(Max.) =	1,128.00

الشكل رقم (2) يبين حل الجانب التطبيقي في البرنامج باستخدام الطريقة التكميلية المطورة

2- طريقة برمجة الأهداف :-

تم كتابة وحل الجانب التطبيقي باستخدام برنامج (Win QSB) في الشكل رقم (3) و (4).

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Max:G1	100	60	40		
Min:G2	80	48	32		
C1	20	20	10	<=	1500
C2	30	20	15	<=	1800
C3	40	20	10	<=	2400
C4	30	14	10	<=	1500
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer		

الشكل رقم (3) يبين كتابة الجانب التطبيقي في البرنامج بطريقة برمجة الأهداف

	23:52:27		Saturday	March	24
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution
1	G1	X1	27.00	100.00	2,700.00
2	G1	X2	45.00	60.00	2,700.00
3	G1	X3	6.00	40.00	240.00
4	G2	X1	27.00	80.00	2,160.00
5	G2	X2	45.00	48.00	2,160.00
6	G2	X3	6.00	32.00	192.00
	G1	Goal	Value	(Max.) =	5,640.00
	G2	Goal	Value	(Min.) =	4,512.00

الشكل رقم (4) يبين حل المثال الأول في البرنامج بطريقة برمجة الأهداف

من خلال نتائج الحل للجانب التطبيقي وبالطريقتين نجد أن المزيج السلعي هو :-

$$X_1 = 27 , X_2 = 45 , X_3 = 6$$

وأن أعظم إيرادات كانت ($T_r = 5640$) وأقل كلفة كلية كانت ($T_c = 4512$) ، أن قيمة دالة الربح الأجمالي للمصنع هي :-

$$T = \frac{5640}{4512} = 1.25$$

بما أن قيمة دالة الربح الأجمالي للمصنع أكبرمن واحد فهذا يعني أن القرار المتخذ بأنتاج هذا المزيج السلعي يعطي أرباحا لأدارة المصنع ، أما أذا كانت قيمة دالة الربح الأجمالي للمصنع أقل من واحد فهذا يعني أن القرار المتخذ بأنتاج هذا المزيج السلعي يجلب خسائر لأدارة المصنع ، أما أذا كانت دالة الربح الأجمالي للمصنع تساوي واحد فهذا يعني أن القرار المتخذ بأنتاج هذا المزيج السلعي لا يعطي أرباحا ولا يجلب خسائر لأدارة المصنع ، أي أن الأيرادات الكلية للمصنع تساوي الكلفة الكلية للأنتاج وعندها تسمى هذه النقطة بنقطة التعادل .

8 – الاستنتاجات :-

1 - توجيه اهتمام متخذي القرار في الشركات والمصانع الإنتاجية إلى أهمية استخدام الأساليب الإدارية الحديثة والاعتماد على أساليب بحوث العمليات مثل نموذج

البرمجة الكسرية.بما يسهم في تحقيق أهداف هذه المنظمات، كما أنها توفر قدراً من المعلومات والبيانات التي تساعدها في القيام بوظائفها بفعالية وكفاءة عالية.

2- تطابق نتائج الحل لنماذج البرمجة الكسرية باستخدام الطريقة التكميلية المتطورة وطريقة برمجة الأهداف.

3- أمكانية حل نماذج البرمجة الكسرية باستخدام برمجة الأهداف وخاصة عندما تحتوي دالة الهدف على أكثر من كسر واحد .

4- استخدام البرنامج الجاهز (Win QSB) ساعد في سرعة حل الجانب التطبيقي وبالطريقتين.

المصادر References

1- زوياف مهدي حسين ، " الرقابة الإدارية- مدخل كمي "، الطبعة الأولى،مكتبة الفلاح، (1995).

2 - الحسناوي ،وليد خالد جابر،" دراسة وتحليل طرائـق حل مسائل البرمجة الكسرية "، رسالة ماجستير ،قسم العلوم التطبيقية ،الجامعة التكنولوجية(2004).

3- الشمرتي ، حامد سعد نور ،"بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا "، دار وائل للنشر(2010)

4-التميمي ، ماجدة عبد اللطيف محمد ،الصفار، احمد عبد اسماعيل ،" بحوث العمليات تطبيقات على الحاسوب " دار المناهج للنشر والتوزيع عمان الاردن .(2007)

5- Bhatt S. K. ," Equivalence of various linearization algorithms for linear fractional programming",Volume 33, Number 1,p. 39-43 , (1989).

6- Crouzeix J.P. , Ferland J. A. و Schaible S. ," Duality in generalized linear fractional programming", Mathematical Programming, Volume 27, Number 3 ، p.342-354 (1983).

7- Feng F., Xia Y. و Zhang Q. ," A Recurrent Neural Network for Linear Fractional Programming with Bound Constraints",(2006)

8- Arévalo M. T. , Mármol A. M. و Zapata A. ," The tolerance approach in multiobjective linear fractional programming", TOP, Volume 5, Number 2 ,p. 241-252, (1997).

9- Nemirovski A. ," The long-step method of analytic centers for fractional problems",Mathematical Programming,Volume 77, Number 1 ،p. 191-224,(1997).

10- Mehra A. , Chandra S. و Bector C. R. ," Acceptable optimality in linear fractional programming with fuzzy coefficients",Fuzzy Optimization and Decision Making,Volume 6, Number 1,p. 5-16, (2007).

11- Nesterov Y. E. و Nemirovskii A. S. ," An interior-point method for generalized linear-fractional programming",Mathematical Programming,Volume 69, Numbers 1-3 ,p. 177-204, (1995).http://www.google.com, fractional linear programming

12- Saleh M. " The Optimal Egyptian Cropping Pattern *Using Nonlinear-Fractional Programming*", Egyptian Informatics Journal, Vol. 6, No.1, June(2005).

13- رحيمه ،رشيد بشير ،"صياغة وحل نماذج البرمجة الكسرية باستخدام طريقة لاكرانج المطورة " مجلة علوم ذي قار العدد 7، المجلد 5 (2011).

14- رحيمه ،رشيد بشير ، "حل مسائل البرمجة البرمجة الهدفية الخطية باستخدام المصفوفات " مجلة علوم ذي قار العدد 1، المجلد 1 (2007) .

15- Katagiri H. و Sakawa M. ," A Study on Fuzzy Random Linear Programming Problems Based on Possibility and Necessity Measures",(2003).

16- Hamdy A.T.," operations research an introduction " seventh ed. Canada ,by Maxwell publishing company ,(2004) .

17-حسن ،عباس أحمد ،" أستخدام طريقة تطوير مولد قطع المستوي لايجاد الحل العددي لمسائل البرمجة الكسرية " مجلة الهندسة والتكنولوجيا ، المجلد 26 ، العدد (4) (2008).

18- Rugg , M.M. , & White , G.P. & Endres , J.M. , (1983) "Using Goal Programming to Improve Calculation of Diabetic Diels " , Computer and Operation Research , Vol. 10 , P. 365-374 .

19- Martel J.M. and Aouni B., Incorporating the Decision-Makers Preferences in the Goal-Programming Model. [1990], Journal of the Operational Research Society, Vol.(12):P (1121-132).

20-Lin ,J.,Cheong , B. and Yao ,X. , Universal multi-objective function for optimising superplastic –damage constitutive equations ,[2002] Journal of Materials processing Technolgy Vol. (125) ,P(199-205).

21-Leon , C. and Palacios F., Evaluation of rejected cases in an acceptance system With data envelopment analysis and goal programming , [2009] Journal of the operational research Society vol.(60) ,P (1411-1420) .

22- Nesa , W. & Richard , C. (1981) , " Linear Programming and Extensions " , McGraw – Hill , Inc.

23-Ignizio , J.P. , (1978) , " A review of Goal Programming : A Tool for Multiobjective Analysis " , J. op1.Res. Soc. , Vol. 29 , p. 1109-1119 .